**Карточка 4 "Игры с кучами камней в excel"**

**Задача 1.**  (ЕГЭ-2022) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 259. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 259 или больше камней. В начальный момент в первой куче было 17 камней, во второй куче – S камней; 1 ≤ S ≤ 241.

Ответьте на следующие вопросы:

**Вопрос 1.** Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S, когда такая ситуация возможна.

**Вопрос 2.** Найдите два наименьших значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

− Петя не может выиграть за один ход;

− Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Вопрос 3.** Найдите минимальное значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**Задача 2.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 12 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 50. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 50 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, 1 ≤ S ≤ 49. Ответьте на следующие вопросы:

**Вопрос 1.** Найдите минимальное значение S, при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети.

**Вопрос 2.** Сколько существует значений S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

− Петя не может выиграть за один ход;

− Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

**Вопрос 3.** Найдите два значения S, при которых одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задача 3.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один или четыре камня** или увеличить количество камней в куче в **пять раз**. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 68. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в куче будет 68 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней; 1 ≤ S ≤ 67. Ответьте на следующие вопросы:

**Вопрос 1.** Известно, что Ваня выиграл первым своим ходом после неудачного хода Пети. Укажите минимальное значение S, когда эта ситуация возможна.

**Вопрос 2.** Найдите два таких значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

− Петя не может выиграть за один ход;

− Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Вопрос 3.** Найдите минимальное значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**Задача 4.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить** в любую кучу **один камень** или **увеличить** количество камней в любой куче **в четыре раза**. Игра завершается в тот момент, когда общее количество камней в двух кучах становится не менее 125. Победителем считается игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было 7 камней, а во второй – S камней, 1 ≤ S ≤ 117.

Ответьте на следующие вопросы:

**Вопрос 1.** Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S, при котором это возможно.

**Вопрос 2.** Найдите минимальное и максимальное значение S, при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

− Петя не может выиграть за один ход;

− Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Вопрос 3.** Найдите значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**Задача 5.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить** в любую кучу **один камень** или **добавить** добавить в любую кучу **столько камней, сколько их в данный момент в другой куче**. Игра завершается в тот момент, когда общее количество камней в двух кучах становится не менее 73. Победителем считается игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было 9 камней, а во второй – S камней, 1 ≤ S ≤ 63.

Ответьте на следующие вопросы:

**Вопрос 1.** Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S, при котором это возможно.

**Вопрос 2.** Найдите минимальное и максимальное значение S, при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

− Петя не может выиграть за один ход;

− Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Вопрос 3.** Найдите значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

﻿**Задача 6. \*** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит одна куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

  а) убрать из кучи половину камней, если количество камней в куче делится на 2; иначе убрать из кучи два камня;

  б) убрать из кучи две трети камней, если количество камней в куче делится на 3; иначе убрать из кучи три камня.

Например, пусть в куче 10 камней, тогда можно убрать половину или только три камня. А если в куче 12 камней, то можно убрать половину или две трети камней. Игра завершается в тот момент, когда в куче останется ровно 1 камень. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу, в которой будет ровно 1 камень. В начальный момент в куче было S камней, 1 ≤ S ≤ 37.

Ответьте на следующие вопросы:

**Вопрос 1.** Найдите максимальное значение S, при котором Ваня может выиграть своим первым ходом после неудачного хода Пети, который мог выиграть своим первым ходом.

**Вопрос 2.** Определите минимальное и максимальное значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

− Петя не может выиграть за один ход;

− Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Вопрос 3.** Найдите минимальное значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**Задача 7\*.**  Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

  а) добавить в кучу один камень;

  б) увеличить количество камней в куче в два раза;

  в) увеличить количество камней в куче в три раза.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 36. Если при этом в куче оказалось не более 60 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. В начальный момент в куче было S камней, 1 ≤ S ≤ 35. Ответьте на следующие вопросы:

**Вопрос 1.** Найдите минимальное значение S, при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети.

**Вопрос 2.** Сколько существует значений S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

− Петя не может выиграть за один ход;

− Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

**Вопрос 3.** Найдите минимальное и максимальное значения S, при которых одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задача 8\*.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит три кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч 3, 13 или 23 камня. Игра завершается в тот момент, когда в сумме во всех кучах будет не менее 73 камней. Победителем считается игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в кучах было (2, S, 2S) камней, 1 ≤ S ≤ 23.

Ответьте на следующие вопросы:

**Вопрос 1.** Петя сделал неудачный ход, после которого Ваня сразу выиграл своим первым ходом. Укажите минимальное значение S, при котором это возможно.

**Вопрос 2.** Найдите минимальное и максимальное значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Вопрос 3.** Найдите два значения S, при котором Петя может выбрать, первым или вторым ходом выиграет Ваня, но у Пети нет выигрышной стратегии. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.