

Изменения содержания  
школьного математического  
образования:  
вероятность и статистика в  
основной школе



## П 33.1

В учебный план входят следующие обязательные для изучения предметные области и учебные предметы:

Предметные области	Учебные предметы
Русский язык и литература	Русский язык, Литература
Родной язык и родная литература	Родной язык и (или) государственный язык республики Российской Федерации, Родная литература
Иностранные языки	Иностранный язык, Второй иностранный язык
Математика и информатика	Математика, Информатика
Общественно-научные предметы	История, Обществознание, География
Естественнонаучные предметы	Физика, Химия, Биология
Основы духовно-нравственной культуры народов России	—
Искусство	Изобразительное искусство, Музыка
Технология	Технология
Физическая культура и основы безопасности жизнедеятельности	Физическая культура, Основы безопасности жизнедеятельности

## П 33.1

Учебный предмет «Математика» предметной области «Математика и информатика» включает в себя учебные курсы «Алгебра», «Геометрия», «Вероятность и статистика».

Достижение обучающимися планируемых результатов освоения программы основного общего образования по учебному предмету «Математика» в рамках государственной итоговой аттестации включает результаты освоения рабочих программ учебных курсов «Алгебра», «Геометрия», «Вероятность и статистика».



Федеральное государственное бюджетное научное учреждение  
**ИНСТИТУТ СТРАТЕГИИ  
РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ**  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ



**ЕДИНОЕ СОДЕРЖАНИЕ  
ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

Примерная рабочая программа основного  
образования учебного модуля «Введение  
в Новейшую историю России»



Федеральная рабочая программа основного  
образования предмета  
«Обществознание»



Федеральная рабочая программа основного  
образования предмета «География»



Примерная рабочая программа основного  
образования предмета «Математика»  
базовый уровень



Примерная рабочая программа основного  
образования предмета «Математика»  
углубленный уровень



Примерная рабочая программа основного  
образования предмета «Химия» базовый  
уровень



Примерная рабочая программа основного  
образования предмета «Химия»  
углубленный уровень



Примерная рабочая программа основного  
образования предмета «Физика»  
базовый уровень



# Вероятность и статистика

## Основные особенности содержания примерной рабочей программы

- Содержание образования, соответствующее предметным результатам освоения Примерной рабочей программы, распределено по годам обучения
- Автор рабочей программы вправе увеличить или уменьшить предложенное число учебных часов на тему
- Допустимо локальное перераспределение и перестановка элементов содержания внутри данного класса
- Одной из приоритетных целей обучения математике является формирование математической грамотности
- Вводится самостоятельный учебный курс «Вероятность и статистика» (с 7 класса)



# ПРИМЕРНАЯ ПРОГРАММА

## РАЗДЕЛ 4 ПРИМЕРНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА». 7—9 КЛАССЫ

---

### ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

В современном цифровом мире вероятность и статистика приобретают всё большую значимость, как с точки зрения практических приложений, так и их роли в образовании, необходимом каждому человеку. Возрастает число профессий, при овладении которыми требуется хорошая базовая подготовка в области вероятности и статистики, такая подготовка важна для продолжения образования и для успешной профессиональной карьеры.

-- ..

# ПРИМЕРНАЯ ПРОГРАММА

## МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

В 7—9 классах изучается курс «Вероятность и статистика», в который входят разделы: «Представление данных и описательная статистика»; «Вероятность»; «Элементы комбинаторики»; «Введение в теорию графов».

На изучение данного курса отводит 1 учебный час в неделю в течение каждого года обучения, всего 102 учебных часа.

# СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЕ ЛИНИИ

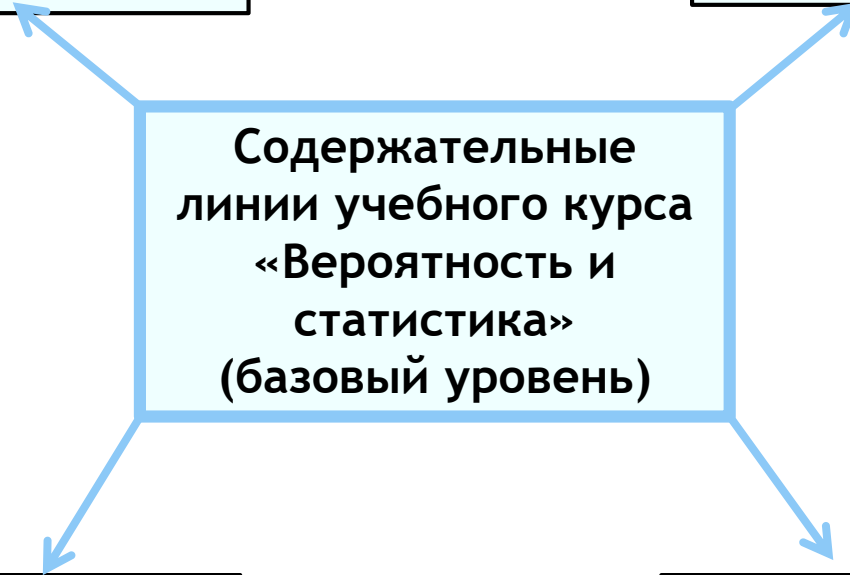
Представление данных  
и описательная  
статистика

Вероятность

Содержательные  
линии учебного курса  
«Вероятность и  
статистика»  
(базовый уровень)

Элементы  
комбинаторики

Введение в теорию  
графов





# Предметные результаты освоения примерной рабочей программы курса

## 7 класс

- Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах; представлять данные в виде таблиц, строить диаграммы (столбиковые (столбчатые) и круговые) по массивам значений.
- Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках.
- Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах.
- Иметь представление о случайной изменчивости на примерах цен, физических величин, антропометрических данных; иметь представление о статистической устойчивости.

# СОДЕРЖАНИЕ учебного курса

## **7 класс**

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Заполнение таблиц, чтение и построение диаграмм (столбиковых (столбчатых) и круговых). Чтение графиков реальных процессов. Извлечение информации из диаграмм и таблиц, использование и интерпретация данных.

Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения набора числовых данных. Примеры случайной изменчивости.

Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей.

Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Представление о связности графа. Цепи и циклы. Пути в графах. Обход графа (эйлеров путь). Представление об ориентированном графе. Решение задач с помощью графов.

# Предметные результаты освоения примерной рабочей программы курса

## 8 класс

- Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков; представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков.
- Описывать данные с помощью статистических показателей: средних значений и мер рассеивания (размах, дисперсия и стандартное отклонение).
- Находить частоты числовых значений и частоты событий, в том числе по результатам измерений и наблюдений.
- Находить вероятности случайных событий в опытах, зная вероятности элементарных событий, в том числе в опытах с равновозможными элементарными событиями.
- Использовать графические модели: дерево случайного эксперимента, диаграммы Эйлера, числовая прямая.
- Оперировать понятиями: множество, подмножество; выполнять операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение; перечислять элементы множеств; применять свойства множеств.
- Использовать графическое представление множеств и связей между ними для описания процессов и явлений, в том числе при решении задач из других учебных предметов и курсов.

# СОДЕРЖАНИЕ учебного курса

## 8 класс

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков.

Множество, элемент множества, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. Использование графического представления множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач.

Измерение рассеивания данных. Дисперсия и стандартное отклонение числовых наборов. Диаграмма рассеивания.

Элементарные события случайного опыта. Случайные события. Вероятности событий. Опыты с равновероятными элементарными событиями. Случайный выбор. Связь между маловероятными и практически достоверными событиями в природе, обществе и науке.

Дерево. Свойства деревьев: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер. Правило умножения. Решение задач с помощью графов.

Противоположные события. Диаграмма Эйлера. Объединение и пересечение событий. Несовместные события. Формула сложения вероятностей. Условная вероятность. Правило умножения. Независимые события. Представление эксперимента в виде дерева. Решение задач на нахождение вероятностей с помощью дерева случайного эксперимента, диаграмм Эйлера.

# Предметные результаты освоения примерной рабочей программы курса

## 9 класс

- Извлекать и преобразовывать информацию, представленную в различных источниках в виде таблиц, диаграмм, графиков; представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков.
- Решать задачи организованным перебором вариантов, а также с использованием комбинаторных правил и методов.
- Использовать описательные характеристики для массивов числовых данных, в том числе средние значения и меры рассеивания.
- Находить частоты значений и частоты события, в том числе пользуясь результатами проведённых измерений и наблюдений.
- Находить вероятности случайных событий в изученных опытах, в том числе в опытах с равновероятными элементарными событиями, в сериях испытаний до первого успеха, в сериях испытаний Бернулли.
- Иметь представление о случайной величине и о распределении вероятностей.
- Иметь представление о законе больших чисел как о проявлении закономерности в случайной изменчивости и о роли закона больших чисел в природе и обществе.



# СОДЕРЖАНИЕ учебного курса

## 9 класс

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков, интерпретация данных. Чтение и построение таблиц, диаграмм, графиков по реальным данным.

Перестановки и факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля. Решение задач с использованием комбинаторики.

Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка и из дуги окружности.

Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха. Серия испытаний Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли.

Случайная величина и распределение вероятностей. Математическое ожидание и дисперсия. Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины «число успехов в серии испытаний Бернулли».

Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей с помощью частот. Роль и значение закона больших чисел в природе и обществе.

# УЧЕБНИК

Порядковый номер строки федерального перечня учебников	№ ФПУ	НАИМЕНОВАНИЕ УЧЕБНИКА	АВТОРЫ	КЛАССЫ	НОМЕР ИЗДАНИЯ	Срок действия экспертного заключения
538	1.1.2.4.1.3.1	Математика. Вероятность и статистика: 7-9-е классы: базовый уровень: учебник: в 2 частях	Высоцкий И.Р., Яценко И.В.; под ред. Яценко И.В.	7 - 9	1-е издание	До 17 мая 2027 года



# ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ КУРСА



- Первичность статистики
- Некомбинаторный подход к теории вероятностей
- Школьная вероятность как математическое средство изучения случайности
- Практическая направленность и ясное школьное содержание
- Небольшое количество методов и алгоритмов



# ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ КУРСА

Изложение начинается со статистики, поскольку именно статистика, имея дело со случайными явлениями и величинами, ставит вопросы, решение которых требует математической теории. Обсуждается представление данных в виде таблиц и диаграмм. Изучая совокупности чисел и способы их описания, мы естественным образом приходим к понятию случайной изменчивости, подготавливая переход к изучению теории вероятностей.

В качестве учебного материала авторы использовали актуальные сведения о демографии, экономике и сельском хозяйстве России, явлениях повседневной жизни, окружающих школьника. При этом авторы учитывали возрастные особенности школьников, которым предназначен учебник.

Весь материал условно можно разбить на три больших раздела:

1. Статистика (представление данных, описательная статистика, понятие о случайной изменчивости).
2. Случайные эксперименты, случайные события и их вероятности.
3. Случайные величины, их характеристики и понятие о законе больших чисел.



# УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ

И. Р. Высоцкий  
И. В. Яценко

## МАТЕМАТИКА

Универсальный  
многоуровневый  
сборник задач

**7-9** КЛАССЫ

СТАТИСТИКА  
ВЕРоятНОСТЬ  
КОМБИНАТОРИКА  
ПРАКТИЧЕСКИЕ  
ЗАДАЧИ

$P(A)$

Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров  
И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко

## ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКА

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ  
И СТАТИСТИКА

И.Р. Высоцкий

## КРУЖОК ПО ТЕОРИИ ВЕРоятНОСТЕЙ

**8-11** классы

В. В. БОРОДИКИНА  
И. Р. ВЫСОЦКИЙ  
П. И. ЗАХАРОВ  
И. В. ЯЦЕНКО

## Теория вероятностей и статистика

Контрольные работы  
и тренировочные задачи

**7-8** класс

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ  
И СТАТИСТИКА

И. Р. Высоцкий

## ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

**8-9** классы

БАЗОВЫЙ И УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ

**ОГЭ и ЕГЭ**

- Задачи для работы в классе
- Домашние задания
- Самостоятельные и контрольные работы
- Индивидуальные карточки
- Справочник
- Примерная программа, планирование

# ПОНЯТИЯ и ОПРЕДЕЛЕНИЯ

- Среднее арифметическое
- Медиана
- Мода
- Размах
- Урезанное среднее

## III Описательная статистика. Средние значения и размах

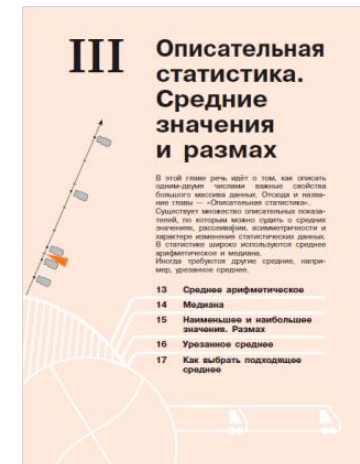


В этой главе речь идет о том, как описать одним-двумя числами важные свойства большого массива данных. Отсюда и название главы — «Описательная статистика». Существует множество описательных показателей, по которым можно судить о средних значениях, рассеивании, асимметрии и характере изменения статистических данных. В статистике широко используются среднее арифметическое и медиана. Иногда требуются другие средние, например, урезанное среднее.

- 13 Среднее арифметическое
- 14 Медиана
- 15 Наименьшее и наибольшее значения. Размах
- 16 Урезанное среднее
- 17 Как выбрать подходящее среднее

# ПОНЯТИЯ и ОПРЕДЕЛЕНИЯ

- Среднее арифметическое
- Медиана
- Мода
- Размах
- Урезанное среднее



**Определение. Медианой** набора чисел называют такое число  $m$ , что хотя бы половина чисел набора не больше числа  $m$  и хотя бы половина чисел набора не меньше числа  $m$ .



**Определение. Урезанное среднее** массива значений — это среднее арифметическое всех значений, которые остались в массиве после отбрасывания некоторой доли самых малых и самых больших значений.

## ПОНЯТИЯ и ОПРЕДЕЛЕНИЯ

У двух друзей Матвея и Алексея – к концу четверти по алгебре оказались следующие отметки:

Матвей: 5; 4; 4; 3; 5; 4; 5; 5; 4; 2; 5; 5

Алексей: 3; 3; 2; 3; 4; 4; 4; 3; 3; 3; 4

## ПОНЯТИЯ и ОПРЕДЕЛЕНИЯ

У двух друзей Матвея и Алексея – к концу четверти по алгебре оказались следующие отметки:

Матвей: 5;4;4;3;5;4;5;5;4;2;5;5

Алексей: 3;3;2;3;4;4;4;3;3;3;4

- а) Какой средний балл имеет к концу четверти каждый ученик?
- б) Какова наиболее типичная, характерная отметка каждого из них?
- в) Какова средняя отметка каждого ряда?
- г) Чему равна разница между наибольшим и наименьшим значением ряда?
- д) Какую отметку вероятнее всего получит каждый из друзей за четверть?

# ПОНЯТИЯ и ОПРЕДЕЛЕНИЯ

**ПРИМЕР 3.** Таблица 57 содержит сведения о площади водной поверхности десяти крупнейших озёр мира.

**Таблица 57. Площади крупнейших озёр**

	<b>Озеро</b>	<b>Площадь</b>		<b>Озеро</b>	<b>Площадь</b>
1	<b>Каспийское море<sup>1</sup></b>	<b>376 000</b>	6	<b>Аральское море</b>	<b>51 100</b>
2	<b>Верхнее</b>	<b>82 100</b>	7	<b>Танганьика</b>	<b>32 900</b>
3	<b>Виктория</b>	<b>68 100</b>	8	<b>Байкал</b>	<b>31 500</b>
4	<b>Гурон</b>	<b>60 000</b>	9	<b>Бол. Медвежье</b>	<b>31 326</b>
5	<b>Мичиган</b>	<b>57 800</b>	10	<b>Ньяса</b>	<b>30 800</b>

Какая характеристика наиболее точно описывает площадь типичного крупного озера?



# ПОНЯТИЯ и ОПРЕДЕЛЕНИЯ

- Случайный эксперимент
- Случайное событие
- Достоверное событие
- Невозможное событие
- Маловероятное и практически достоверное события
- Противоположное событие
- Несовместные события
- Независимые события





## ПОНЯТИЯ и ОПРЕДЕЛЕНИЯ

- 1) В ноябре 2023г в г.Киров пойдёт снег;
- 2) В 12 ночи в городе идёт дождь, а через 24 часа будет светить солнце;
- 3) На день рождения тебе подарят говорящего крокодила;
- 4) На день рождения тебе подарят подарок;
- 5) Сорванный цветок погибнет;
- 6) Тебя пригласят в киносъёмки в Париж;
- 7) Камень, брошенный в воду, утонет;
- 8) Ты выиграешь 3 млн. в лотерее;
- 9) Следующий год будет високосным.

# ПОНЯТИЯ и ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Бросают игральный кубик, на гранях которого числа от 1 до 6. Укажите, какие из перечисленных событий являются достоверными, а какие — невозможными:

- а) выпадет 7 очков;
- б) выпадет больше 2, но меньше 5 очков;
- в) выпадет от 1 до 6 очков;
- г) выпадет больше 3, но меньше 4 очков.

## ПОНЯТИЯ и ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Вася рассчитывает попасть на станцию в промежуток с 18 до 19 часов.

По расписанию в этот период отправляются электрички в  
18:10, 18:21, 18:26, 18:43, 18:53, 18:59.

Событие «Васе придется ждать электрички больше  $x$  минут».

Подберите такое значение  $x$ , чтобы получилось

- а) достоверное событие;
- б) невозможное событие;
- в) маловероятное событие.

## ПОНЯТИЯ и ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Попробуйте расположить на числовой оси между 0 и 1 все события из списка, сравнив их по тому, насколько правдоподобными они представляются.

Случайный эксперимент состоит в том, что летним утром Андрей отправился на рыбалку на реку. Его интересует, сколько каких рыб он поймает. Рассмотрите события:

- A: Улов Андрея – два леща и три плотвички.
- B: Улов Андрея – больше одной рыбки
- C: Улов Андрея – две форели
- D: Улов Андрея – кит.
- E: Улов Андрея – неотрицательно число рыб.

## ПОНЯТИЯ и ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В теории вероятностей **шанс** того, что случайное событие произойдет, выражается числом. Это число называют *вероятностью случайного события*.

Т.е. *вероятностью случайного события* – числовая **мера правдоподобия** события

# КЛАССИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ



# ПЕРСПЕКТИВНАЯ МОДЕЛЬ ОГЭ

**6**

В лыжных гонках участвуют 7 спортсменов из России, 8 спортсменов из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**19**

В люстре три лампочки. Вероятность того, что каждая отдельная лампочка в люстре перегорит в течение года, равна 0,2. Лампочки перегорают независимо друг от друга.

а) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре не перегорит ни одна лампочка.

б) Найдите вероятность того, что в течение года в люстре перегорят ровно 2 лампочки.